



Zadanie 5

Zamiana liczby mniejszej niż 1 z notacji dziesiętnej na binarną związana jest z mnożeniem przez 2: najpierw samej liczby, a w kolejnych krokach ułamkowej części wcześniej uzyskanego iloczynu. Cyfra znajdująca się na lewo od przecinka w iloczynie jest równa 0 lub 1 i wchodzi w skład reprezentacji binarnej, począwszy od najbardziej znaczącego bitu.

Przykład:

$$0,3 \times 2 = 0,6$$

$$0,6 \times 2 = 1,2$$

$$0,2 \times 2 = 0,4$$

$$0,4 \times 2 = 0,8$$

$$0,8 \times 2 = 1,6 \text{ itd.}$$

$$\text{Stąd } 0,3 \approx 0,0100101001_2$$

a) Wyznacz 16 cyfr rozwinięcia binarnego liczby 0,1.

b) Niech $F < 1$.

Wówczas $F = a \times 2^{-1} + b \times 2^{-2} + c \times 2^{-3} + \dots$, gdzie współczynniki a, b, c, \dots są równe 0 lub 1.

Co otrzymamy, jeśli pomnożymy powyższą równość przez 2?

Korzystając z tego spostrzeżenia, uzasadnij poprawność ww. algorytmu zamiany notacji.

c) Wykaż, że ułamek 0,1 jest sumą wyrazów nieskończonego ciągu o wyrazie $a_k = 1/2^{4k} + 1/2^{4k+1}$, tzn. $0,1 = (1/2^4 + 1/2^5) + (1/2^8 + 1/2^9) + (1/2^{12} + 1/2^{13}) + \dots$